**1.** Určete definiční obor funkce $f$, zapište ho, zakreslete ho a určete jeho vlastnosti:

$$f(x,y)=\frac{\sqrt{1-x^2-y^2}-2}{\ln\left(1-|y-x|\right)}$$

Řešení:

$$-1\le 1-|3x-1|\le 1 \wedge \ln(x^2-y)>0 \wedge x^2-y>0$$

$$D_f=\{(x,y)\in R^2; -1/3\le x\le 1, y<x^2-1\}$$

$$D_f \text{ je pouze souvislý}$$

**2.** Vypočítejte parciální derivace prvního řádu funkce $f$ a co nejvíce je zjednodušte:

$$f(x,y)=\ln\sqrt{x^2+3xy}$$

Řešení:

$$D_f=D_{f'_x}=D_{f'_y}=\{(x,y)\in R^2; y^2-2xy>0\}$$

$$f'_x(x,y)=\frac{2y(y-x)}{\sqrt{y^2-2xy}^3} \qquad f'_y(x,y)=\frac{2x(x-y)}{\sqrt{y^2-2xy}^3}$$

**3.** Určete lokální extrémy funkce $f(x,y)=x^2+y^2-xy-2x+4$

Řešení: $f$ má o.l.max v bodě $(2,-2)$

**1.** Určete definiční obor funkce $f$, zapište ho, zakreslete ho a určete jeho vlastnosti:

$$f(x,y)=\frac{\arcsin\left(1-|3x-1|\right)}{\sqrt{\ln(x^2-y)}}$$

Řešení:

$$1-x^2-y^2\ge 0 \wedge \ln(1-|y-x|)\ne 0 \wedge 1-|y-x|>0$$

$$D_f=\{(x,y)\in R^2; x^2+y^2\le 1, y\ne x, y>x-1, y<x+y\}$$

$$D_f \text{ je pouze omezený}$$

**2.** Vypočítejte parciální derivace prvního řádu funkce $f$ a co nejvíce je zjednodušte:

$$f(x,y)=2x\left(y^2-2xy\right)^{-\frac{1}{2}}$$

Řešení:

$$D_f=D_{f'_x}=D_{f'_y}=\{(x,y)\in R^2; x^2+3xy>0\}$$

$$f'_x(x,y)=\frac{2x+3y}{2x(x+3y)} \qquad f'_y(x,y)=\frac{3}{2(x+3y)}$$

**3.** Určete lokální extrémy funkce $f(x,y)=4(x-y)-x^2-y^2$

Řešení: Funkce $f$ má v bodě $(4/3,2/3)$ o.l.min