OPAKOVÁNÍ

[V hranatých závorkách jsou výsledky]

1. Vyjádřete výrazem bez absolutní hodnoty $(|-3x|-|2x^{-1}|)^2-\frac{4}{x^2}$. [$9x^2-12$]
2. Zjednodušte výraz A a určete, pro která $a\in\mathbb{R}$ má smysl: [$A=\frac{1}{2}; a\neq 0,\pm 1$]

$$A=\frac{(a+2)^2-a^2}{4a^2-4}-\frac{1}{a^2-1}$$

3. Určete počet průsečíků grafů funkcí f a g na intervalu $<0,2\pi>$, kde [3]

$$f(x)=\mathrm{tg}x \qquad \text{a} \qquad g(x)=\frac{\pi-x}{2}.$$

4. Součet dvou čísel je 11, součet jejich dekadických logaritmů je 1. Určete tato čísla. [$1,10$]
5. Pro která $a\in\mathbb{R}$ má rovnice $2x^2+3ax+2=0$ jeden dvojnásobný kořen? [$\pm\frac{4}{3}$]
6. Vypočítejte $\log_{\frac{1}{2}}(\log_5 25)$. [$-1$]
7. Pomocí intervalů zapište všechna řešení nerovnice $\frac{1}{x}\geq 2-x$. [$x\in(0,\infty)$]
8. Určete maximální definiční obor funkce $f(x)=\sqrt{1-\log_7 x}$. [$D_f=(0,7>$]
9. Uvažujme exponenciální funkci $f(x)=\left(\frac{m-1}{m-3}\right)^x$, kde $m\in\mathbb{R}$. Určete, pro která m je funkce f rostoucí. [$m>3$]
10. Určete počet řešení goniometrické rovnice $2\cos^2 x=\cos x$ na intervalu $(0,3\pi/2>$. [3]
11. Určete všechna řešení rovnice $7^{\log_{\frac{1}{2}} x}=\frac{1}{49}$. [$x=4$]
12. Zjednodušte výraz [1]

$$\frac{\sqrt{\sqrt[3]{178}}\sqrt{17}}{\sqrt[3]{17^2}}$$

13. Vypočítejte $\log_8\sqrt{8}-\log_8\sqrt[4]{8^3}+\log_8\sqrt[4]{8^5}$. [$5/12$]
14. Vypočítejte $\sin\frac{7}{3}x-\cos\frac{13}{6}\pi$. [0]
15. Řešte rovnici $\log(x-1)-1=\log x$. [$\emptyset$]
16. Na souřadné ose y určete všechny body Y, které mají od bodu $A=(3,2)$ vzdálenost 5. [$(0,2),(0,6)$]
17. Určete maximální definiční obor funkce $f(x)=\sqrt{\frac{2+3x}{3-2x}}$. [$<-2/3,3/2)$]
18. Určete obor funkčních hodnot funkce $f(x)=2^{x-3}$, $x\in\mathbb{R}$. [$(0,\infty)$]
19. Určete rovnici přímky, která prochází bodem $A=(1,-2)$ a má směrnici $k=\frac{3}{2}$. [$3x-2y=7$]
20. Určete tg x, jestliže $\cos 2x=\frac{1}{2}$ a $x\in<0,\pi>$. [$\frac{\sqrt{3}}{3}$]

21. Určete kvadratickou rovnici s reálnými koeficienty, víte-li, že jedním kořenem této rovnice je komplexní číslo $x_1 = 2 - i$. $[y = x^2 - 4x + 5]$

22. Zjednodušte výraz $\sqrt{\frac{1}{a}\sqrt{a\sqrt[2]{a^2}}}$. $[a^{-\frac{1}{12}}]$

23. Určete všechna řešení rovnice $\log(x+2) + \log(x-3) = \log(x+9)$. [5]

24. Které z následujících tvrzení je pravdivé pro každé $x \in \mathbb{R}$?

a) $\sqrt[3]{x^3} = |x|$ b) $-\ln x < 0$ c) $e^{-x} \geq 1$ d) $\sqrt{x^2} = |x|$ e) $x^2 > x$ [d)]

25. Pro přípustné hodnoty zjednodušte výraz $\left(1 - \frac{x}{x+1}\right) : \left(\frac{x+1}{x-1}\right)$. $[\frac{x-1}{(x+1)^2}; x \neq \pm 1]$

26. V $\mathbb{R}$ řešte nerovnici $|x-1| \leq |2x-3|$. $[x \in (-\infty, \frac{4}{3} > \cup < 2, \infty)]$

27. V $\mathbb{R}$ řešte rovnici $(2x + |x-1|) \cdot (|x-4| - 2x) = 0$. $[-1, \frac{4}{3}]$

28. Pro přípustné hodnoty zjednodušte výrazy ($a \in \mathbb{R}$): $[\frac{n+2}{n-2}$ a $(x-y)]$

$$\left(\left(\frac{n+2}{n-2}\right)^3 : \frac{n^3+4n^2+4n}{3n^2-12n+12}\right) \cdot \frac{n}{3} \qquad \text{a} \qquad \frac{(x+y)^{2a+1}}{(u-v)^{2a-1}} \cdot \frac{(u-v)^{2a+1}}{x^2-y^2)^{2a+1}} \cdot \frac{(x-y)^{2a+2}}{(u-v)^2}$$

29. V $\mathbb{R}$ řešte rovnici $\sqrt{x^2-8} - \sqrt{3x+2} = 0$. [5]

30. Vyjádřete jedinou odmocninou: $\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$. $[-\sqrt{3}]$

31. Boční hrany AE, BF, CG, DH krychle spojují vrcholy dolní podstavy $ABCD$ s vrcholy horní podstavy $EFGH$. Rovina $\rho = HKL$ řeže krychli v n-úhelníku. Určete číslo n, je-li K střed hrany AB a L střed hrany FG. $[n = 5]$

32. Uvažujme funkci $f(x) = x^2 - 3x$. Určete množinu všch reálných čísel a takových, že $f(a) - f(a-2) < 10$. $[a < 5]$

33. Vypočítejte absolutní hodnotu (velikost) komplexního čísla $z = (1+2i)(3-2i)$. $[\sqrt{65}]$

34. Vyjádřete výraz $\frac{\cos x \cdot \mathrm{tg} x}{\sin^2 x}$ (pro přípustné hodnoty x) pomocí funkce $\sin x$. $[\frac{1}{\sin x}]$

35. Určete povrch kvádru o rozměrech $a, a, a+1$. $[6a^2 + 4a]$

36. Určete definiční obory funkcí:

$$f(x) = \sqrt{1 - \frac{x-1}{2x}}, \quad g(x) = \frac{\log(x-1)}{\log x - 1}, \quad h(x) = \sqrt{\frac{x+|x|}{|x|-x^2}}$$

$$[D_f = (-\infty, -1 >; D_g = (1, 10) \cup (10, \infty); D_h = (-\infty, -1) \setminus \{-1, 0\}]$$