Vypočítejte limity funkcí:

$$\lim_{x\to 0}\frac{x^2-1}{2x^2-x-1}=1$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{2x^2-x-1}=\frac{2}{3}$$

$$\lim_{x\to\pm\infty}\frac{x^2-1}{2x^2-x-1}=\frac{1}{2}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{(1+x)(1+2x)(1+3x)-1}{x}=6$$

$$\lim_{x\to\pm\infty}\frac{(2x-3)^{20}(3x+2)^{30}}{(2x+1)^{50}}=\left(\frac{3}{2}\right)^{30}$$

$$\lim_{x\to -1}\frac{x^3-2x-1}{x^5-2x-1}=\frac{1}{3}$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^m-1}{x^n-1}=\frac{m}{n}\,,\ m,n\in\mathbf{N}$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}}{\sqrt{x+1}}=1$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}+\sqrt[4]{x}}{\sqrt{2x+1}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\lim_{x\to 4}\frac{\sqrt{1+2x}-3}{\sqrt{x}-2}=\frac{4}{3}$$

$$\lim_{x\to -2}\frac{\sqrt[3]{x-6}+2}{x^3+8}=\frac{1}{144}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{1-2x-x^2}-(1+x)}{x}=-2$$

$$\lim_{x\to-\infty}(\sqrt{x^2+x}-x)=\infty$$

$$\lim_{x\to\infty}(\sqrt{x^2+x}-x)=\frac{1}{2}$$

$$\lim_{x\to 16}\frac{\sqrt[4]{x}-2}{\sqrt{x}-4}=\frac{1}{4}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin 5x}{x}=5$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\sin x}{x}=0$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\operatorname{tg} x}{x}=1$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\cos x-\cos 3x}{x^2}=4$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+\operatorname{tg} x}-\sqrt{1+\sin x}}{x^3}=\frac{1}{4}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{x^2}{\sqrt{1+x\sin x}-\sqrt{\cos x}}=\frac{4}{3}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{1-\cos x^2}}{1-\cos x}=\sqrt{2}$$

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{1+x}{2+x}\right)^{\frac{1-\sqrt{x}}{1-x}}=\frac{1}{2}$$

$$\lim_{x\to 1}\left(\frac{1+x}{2+x}\right)^{\frac{1-\sqrt{x}}{1-x}}=\sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{1+x}{2+x}\right)^{\frac{1-\sqrt{x}}{1-x}}=1$$

$$\lim_{x\to\pm\infty}\left(\frac{x+a}{x-a}\right)^{x}=e^{2a}$$

$$\lim_{x\to\pm\infty}\left(\frac{3x^2-x+1}{2x^2+x+1}\right)^{\frac{x^3}{1-x}}=0$$

$$\lim_{x\to\pm\infty}\left(\frac{x^2+2x-1}{2x^2-3x-2}\right)^{\frac{1}{x}}=1$$

$$\lim_{x\to 1}(1+\sin\pi x)^{\operatorname{cotg}\pi x}=\frac{1}{e}$$

$$\lim_{x\to a}\left(\frac{\sin x}{\sin a}\right)^{\frac{1}{x-a}}=e^{\operatorname{cotg} a}$$

$$\lim_{x\to 0}\sqrt[x]{\cos\sqrt{x}}=e^{-\frac{1}{2}}$$

$$\lim_{x\to\infty}x\,(\ln(x+1)-\ln x)=1$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\ln\cos ax}{\ln\cos bx}=\left(\frac{a}{b}\right)^2$$

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{\ln(1+e^x)}{x}=0$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\ln(1+e^x)}{x}=1$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\ln(x^2+e^x)}{\ln(x^4+e^{2x})}=\frac{1}{2}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{a^x-1}{x}=\ln a\,,\ a>0$$

$$\lim_{x\to 0}\left(x+e^x\right)^{\frac{1}{x}}e^2$$

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{1+x2^x}{1+x3^x}\right)^{\frac{1}{x^2}}=\frac{2}{3}$$

$$\lim_{x\to\pm\infty}\arcsin\left(\frac{1-x}{1+x}\right)=-\frac{\pi}{2}$$

$$\lim_{x\to\infty}\arccos\left(\sqrt{x^2+x}-x\right)=\frac{\pi}{3}$$

$$\lim_{x\to 0^+}x\ln x=0$$

Při výpočtu následujících limit použijte L'Hospitalovo pravidlo (pokud jsou splněny potřebné předpoklady):

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin ax}{\sin bx}=\frac{a}{b}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\operatorname{tg}x-x}{x-\sin x}=2$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{3\operatorname{tg}4x-12\operatorname{tg}x}{3\sin 4x-12\sin x}=-2$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{x\operatorname{cotg}x-1}{x^2}=-\frac{1}{3}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{x(e^x+1)-2(e^x-1)}{x^3}=\frac{1}{6}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{a^x-a^{\sin x}}{x^3}=\frac{\ln a}{6}\,,\ a>0$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^x-x}{\ln x-x+1}=-2$$

$$\lim_{x\to 1^-}(\ln x)\ln(1-x)=0$$

$$\lim_{x\to 0^+}x^x=1$$

$$\lim_{x\to 0}\left(x^{x^x}-1\right)=-1$$

$$\lim_{x\to 1}x^{\frac{1}{1-x}}=e^{-1}$$

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{4}}(\operatorname{tg}x)^{\operatorname{tg}2x}=e^{-1}$$

$$\lim_{x\to 1}\left(\frac{1}{\ln x}-\frac{1}{x-1}\right)=\frac{1}{2}$$

$$\lim_{x\to a}\frac{a^x-x^a}{x-a}=a^a(\ln a-1)\,,\ a>0$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt[x]{(1+x)}-e}{x}=-\frac{e}{2}$$

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{\arcsin x}{x}\right)^{\frac{1}{x^2}}=\sqrt[6]{e}$$

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{(1+x)^{\frac{1}{x}}}{e}\right)^{\frac{1}{x}}=e^{-\frac{1}{2}}$$