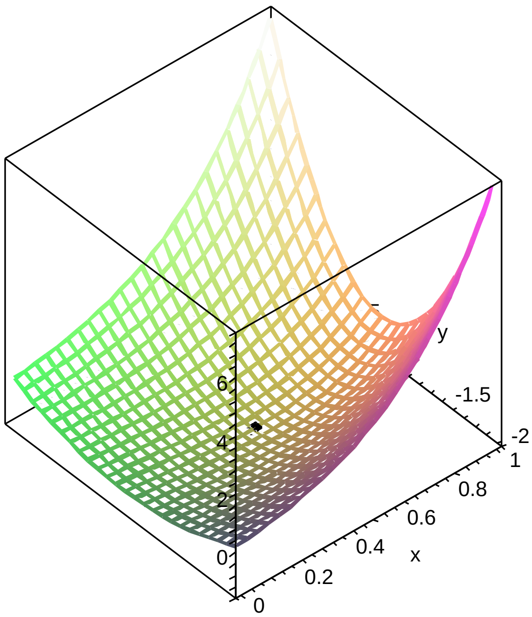
Extrémy funkcí dvou proměnných

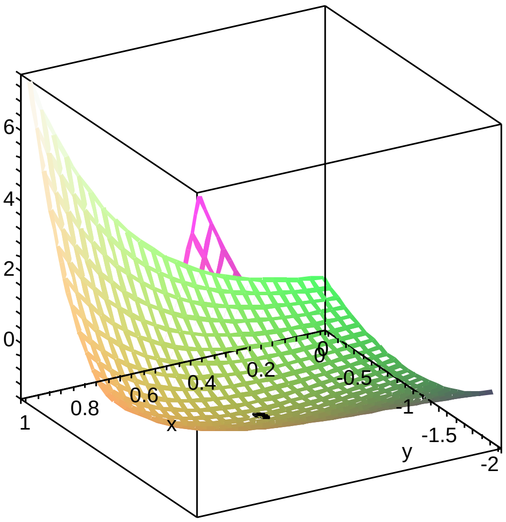
Příklad 6:

$$f(x,y) = e^{2x}(x + y^2 + 2y), \quad D_f = \mathbb{R}^2$$

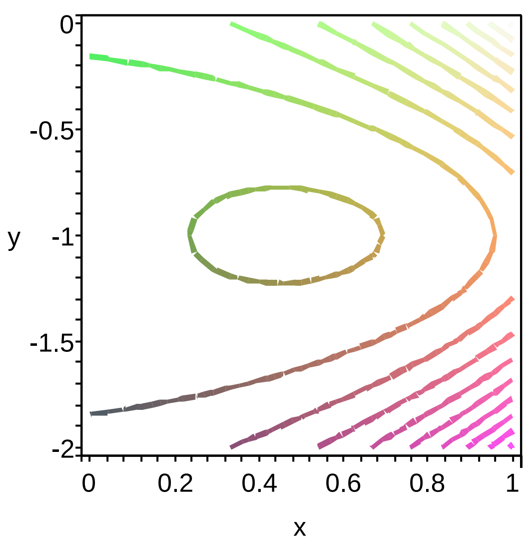
Funkce f má v bodě $(\frac{1}{2}, -1)$ ostré lokální minimum.

Graf funkce f s vyznačeným bodem tohoto o.l. minima (dva různé pohledy - viz orientace souřadnicových os):





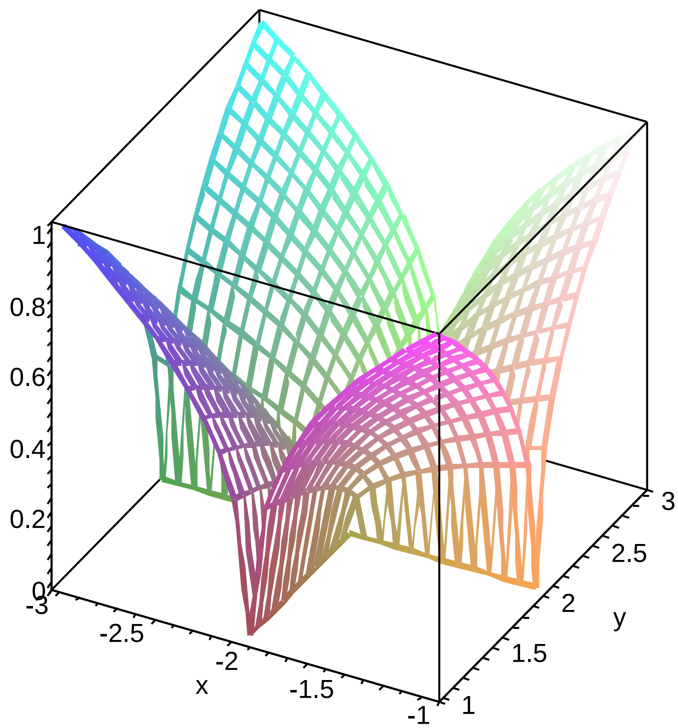
Vrstevnice funkce f



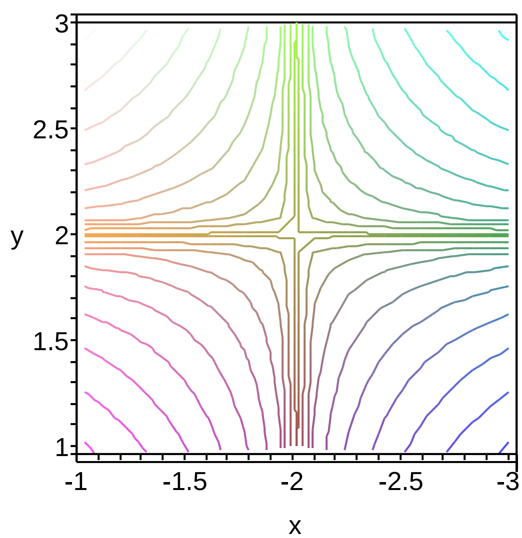
Příklad 7:

$$f(x,y) = \sqrt[5]{(2+x)^2}\,\sqrt[5]{(2-y)^2}, \quad D_f = \mathbb{R}^2$$

Funkce f má ve všech bodech přímek $x = -2$ a $y = 2$ neostré lokální minimum.



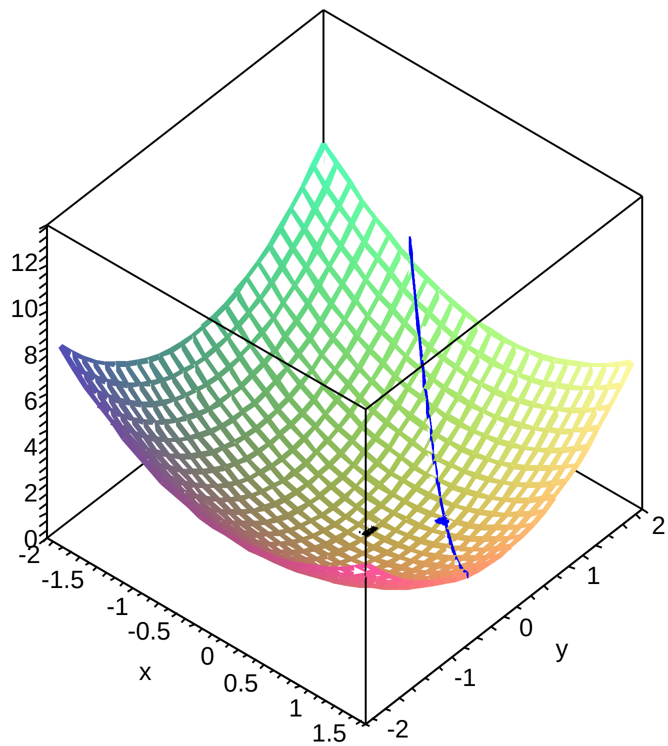
Vrstevnice funkce f



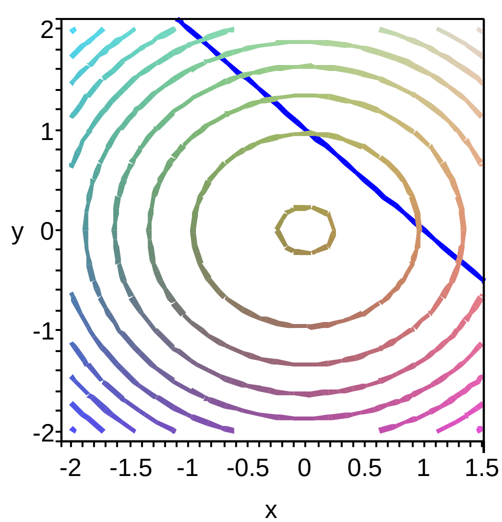
Příklad 8:

Určete vázané lokální extrémy funkce $f(x,y) = x^2 + y^2$ s podmínkou $x + y - 1 = 0$.

Na obrázku je graf funkce f spolu s vyznačenou vazbou (modrá křivka). Modře vyznačený bod $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ je bodem vázaného ostrého lokálního minima, černě vyznačený bod je bodem (volného) ostrého lokálního minima.



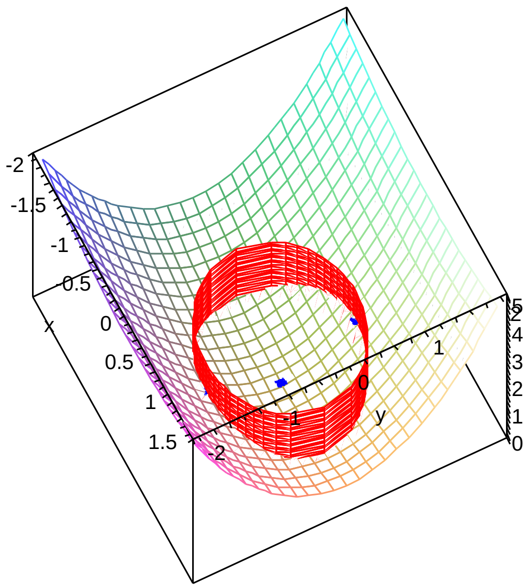
Vrstevnice funkce f s vyznačenou vazbou

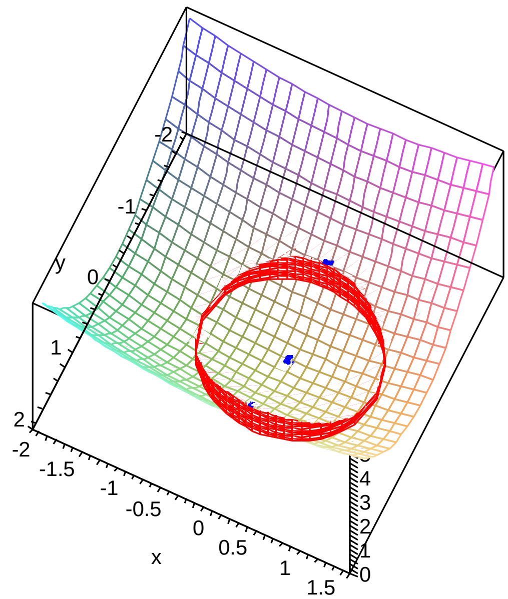


Příklad 9:

Určete globální extrémy funkce $f(x,y) = \frac{x^2}{4} + y^2$ na množině $M = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2; x^2 + y^2 \leq 1\}$.

Na obrázku je graf funkce f spolu s vyznačenou množinou M (resp. její červenou hranicí). Modře vyznačené body $(0,1)$ a $(0,-1)$ jsou body, v nichž f nabývá globálního maxima 1 a v bodě $(0,0)$ nabývá f globálního minima 0 na množině M.





Vrstevnice funkce f s vyznačenou hranicí množiny M