Obsah

4 Parciální derivace funkce dvou proměnných **2**

4.1 Parciální derivace prvního řádu 2

4.2 Derivace ve směru (směrové derivace) 4

4.3 Parciální derivace vyšších řádů 5

4.4 Derivace složené funkce 5

5 Diferenciál **6**

5.1 (Totální) diferenciál prvního řádu 6

5.2 Taylorův vzorec 7

5.2.1 Diferenciály vyšších řádů 7

5.2.2 Taylorova věta 8

4 Parciální derivace funkce dvou proměnných

Derivaci funkce jedné proměnné jsme definovali pomocí limity. Protože pojem limita funkce dvou proměnných je komplikovanější než u funkcí jedné proměnné, bude tomu tak i s derivací. U funkcí více proměnných tak nehovoříme pouze o "derivaci", ale o tzv. *parciálních* (částečných) nebo *směrových derivacích*.

4.1 Parciální derivace prvního řádu

Definice 4.1 Nechť f je funkce dvou proměnných definovaná na množině $D_f \subset \mathbb{R}^2$ a nechť bod (x_0, y_0) je vnitřním bodem D_f.

a) Dosadíme-li za y pevnou hodnotu y_0, dostaneme funkci jedné proměnné $\varphi(x) = f(x, y_0)$. Má-li funkce φ derivaci v bodě x_0, tzn. existuje-li limita

$$\lim_{x \to x_0} \frac{\varphi(x) - \varphi(x_0)}{x - x_0} = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x, y_0) - f(x_0, y_0)}{x - x_0},$$

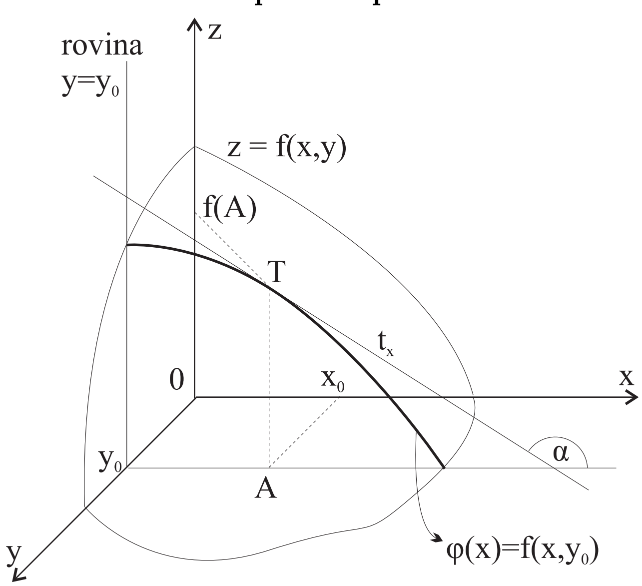
říkáme, že *funkce f má v bodě (x_0, y_0) parciální derivaci podle proměnné x*. Značíme $\frac{\partial f}{\partial x}(x_0, y_0)$ nebo $f'_x(x_0, y_0)$.

b) Dosadíme-li za x pevnou hodnotu x_0, dostaneme funkci jedné proměnné $\psi(y) = f(x_0, y)$. Má-li funkce ψ derivaci v bodě y_0, tzn. existuje-li limita

$$\lim_{y \to y_0} \frac{\psi(y) - \psi(y_0)}{y - y_0} = \lim_{y \to y_0} \frac{f(x_0, y) - f(x_0, y_0)}{y - y_0},$$

říkáme, že *funkce f má v bodě (x_0, y_0) parciální derivaci podle proměnné y*. Značíme $\frac{\partial f}{\partial y}(x_0, y_0)$ nebo $f'_y(x_0, y_0)$.

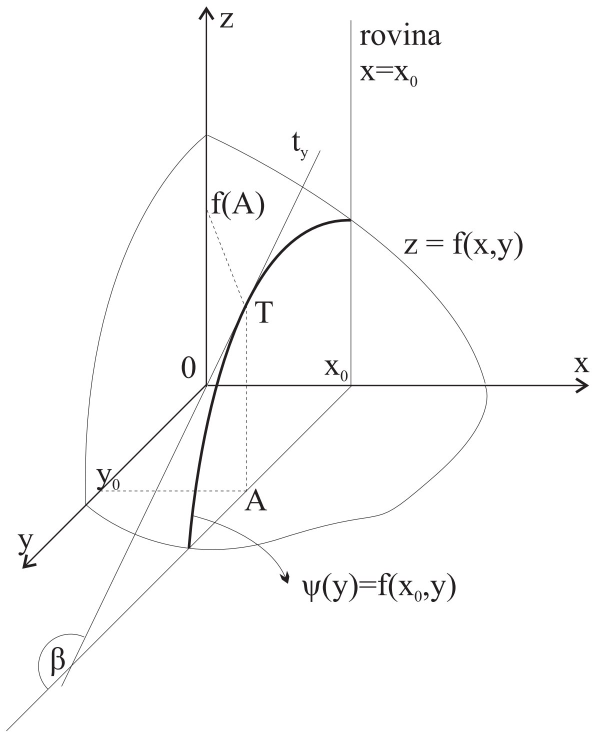
Geometrická interpretace parciálních derivací prvního řádu



$A = (x_0, y_0)$, $f(A) = f(x_0, y_0) = \varphi(x_0)$
Položme $\varphi(x) = f(x, y_0)$ (tzv. zúžení funkce f). Funkce $\varphi(x)$ je daná průsečnicí grafu funkce $f(x, y)$ a roviny $y = y_0$.
V bodě $T = (x_0, y_0, f(x_0, y_0)) = (x_0, y_0, \varphi(x_0))$ vedeme tečnu t_x ke křivce $\varphi(x)$ v rovině $y = y_0$.
Nechť α je úhel, který svírá tato tečna s kladným směrem osy x. Přitom směrnice tečny je tg α a je rovna parciální derivaci funkce f podle proměnné x, tj.

$$\mathrm{tg}\alpha = \frac{\partial f}{\partial x}(x_0, y_0)$$

Geometricky, úhel α udává sklon plochy $f(x, y)$ v bodě (x_0, y_0) ve směru osy x.



$A = (x_0, y_0)$, $f(A) = f(x_0, y_0) = \psi(y_0)$
Položme $\psi(x) = f(x_0, y)$ (tzv. zúžení funkce f). Funkce $\psi(x)$ je daná průsečnicí grafu funkce $f(x, y)$ a roviny $x = x_0$.
V bodě $T = (x_0, y_0, f(x_0, y_0)) = (x_0, y_0, \psi(y_0))$ vedeme tečnu t_y ke křivce $\psi(y)$ v rovině $x = x_0$.
Nechť β je úhel, který svírá tato tečna s kladným směrem osy y. Přitom směrnice tečny je tg β a je rovna parciální derivaci funkce f podle proměnné y, tj.

$$\mathrm{tg}\beta = \frac{\partial f}{\partial y}(x_0, y_0)$$

Geometricky, úhel β udává sklon plochy $f(x, y)$ v bodě (x_0, y_0) ve směru osy y.

Parciální derivace f'_x a f'_y funkce dvou proměnných jsou vlastně definovány jako "obvyklé" derivace jistých funkcí jedné proměnné, platí pro jejich výpočet stejná pravidla:

Věta 4.1 *Nechť funkce f a g mají v bodě (x_0, y_0) parciální derivaci podle proměnné x. Potom také funkce $f \pm g$, $f \cdot g$ a $\frac{f}{g}$ (pro $g(x_0, y_0) \neq 0$) mají v bodě (x_0, y_0) parciální derivaci podle x a platí*

$$\frac{\partial}{\partial x}(f \pm g)(x_0, y_0) = \frac{\partial}{\partial x} f(x_0, y_0) \pm \frac{\partial}{\partial x} g(x_0, y_0)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(f \cdot g)(x_0, y_0) = \frac{\partial}{\partial x} f(x_0, y_0) \cdot g(x_0, y_0) + f(x_0, y_0) \cdot \frac{\partial}{\partial x} g(x_0, y_0)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{f}{g}\right)(x_0, y_0) = \frac{\frac{\partial}{\partial x} f(x_0, y_0) \cdot g(x_0, y_0) - f(x_0, y_0) \cdot \frac{\partial}{\partial x} g(x_0, y_0)}{g^2(x_0, y_0)}$$

(poslední rovnost pro $g(x_0, y_0) \neq 0$). Pro parciální derivace podle proměnné y platí analogické vztahy.

Prakticky při počítání parciálních derivací postupujeme tak, že např. při výpočtu parciální derivace podle x považujeme proměnnou y za konstantu a derivujeme danou funkci podle x, tj. vlastně opět počítáme derivaci funkce jedné proměnné. Tím pádem používáme stejná pravidla a vzorce jako v případě funkcí jedné proměnné.

Poznámka: U funkcí jedné proměnné platí, že *pokud má funkce v bodě x_0 vlastní derivaci, je v tomto bodě spojitá.* U funkcí dvou proměnných analogická věta ale neplatí, tzn. že *má-li funkce dvou proměnných vlastní obě parciální derivace v bodě (x_0, y_0), nemusí být v tomto bodě spojitá.* Důvodem je to, že parciální derivace dávají informaci o chování funkce pouze ve směrech rovnoběžných se souřadnicovými osami; v jiných směrech se funkce může chovat velmi "divoce".

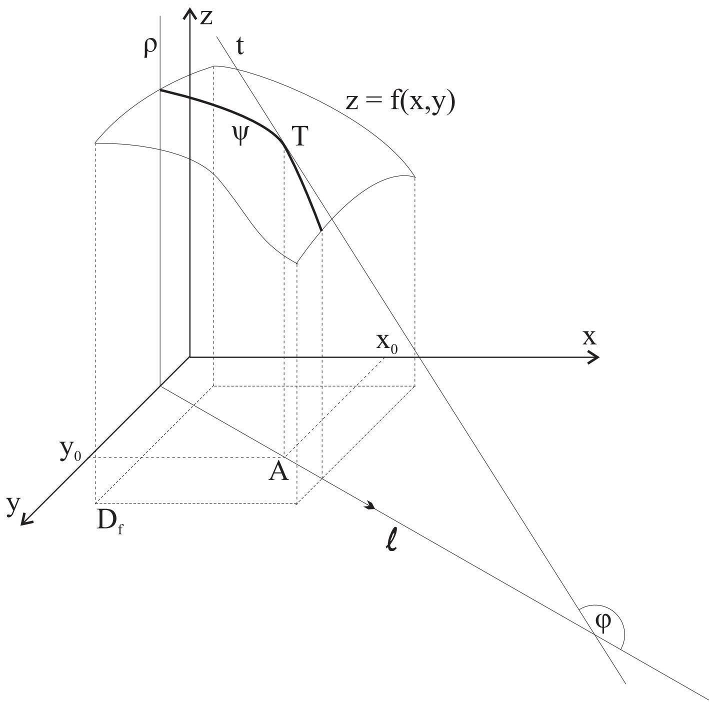
Definice 4.2 Nechť funkce f je definovaná na množině $D_f \subset \mathbb{R}^2$ a nechť $D_{f_x} \neq \emptyset$, $D_{f_x} \subset D_f$ je množina všech bodů $(x, y) \in D_f$, v nichž existuje vlastní parciální derivace $f'_x(x, y)$. Funkce dvou proměnných definovaná na D_{f_x} předpisem $(x, y) \mapsto f'_x(x, y)$ se nazývá *parciální derivace funkce f podle proměnné x* a značí se f'_x nebo $\frac{\partial f}{\partial x}$.

Nechť funkce f je definovaná na množině $D_f \subset \mathbb{R}^2$ a nechť $D_{f_y} \neq \emptyset$, $D_{f_y} \subset D_f$ je množina všech bodů $(x, y) \in D_f$, v nichž existuje vlastní parciální derivace $f'_y(x, y)$. Funkce dvou proměnných

definovaná na D_{f_y} předpisem $(x, y) \mapsto f'_y(x, y)$ se nazývá *parciální derivace funkce f podle proměnné y* a značí se f'_y nebo $\frac{\partial f}{\partial y}$.

4.2 Derivace ve směru (směrové derivace)

Uvažujme funkci $f(x, y)$ a bod $A = (x_0, y_0)$, který je vnitřním bodem D_f.



Bodem A veďme orientovanou přímku l ve směru, v němž chceme počítat derivaci (přitom přímka l není rovnoběžná ani s jednou ze souřadnicových os). Tuto přímku l (ležící v rovině (xy)) můžeme považovat za průsečnici roviny (xy) a roviny ρ, která je kolmá na rovinu (xy).
Průsečnicí roviny ρ a plochy $f(x, y)$ je prostorová křivka ψ. V bodě $T = (x_0, y_0, f(x_0, y_0))$ sestrojíme tečnu t ke křivce ψ v rovině ρ.
Kladný směr přímky l a tečna t svírají úhel φ. Tangens úhlu φ (tj. směrnice tečny t) je pak derivace funkce f v bodě (x_0, y_0) ve směru l, tj.

$$\mathrm{tg}\varphi = \frac{\partial f}{\partial l}(x_0, y_0)$$

Geometricky, úhel φ udává sklon plochy $f(x, y)$ v bodě (x_0, y_0) v (kladném) směru přímky l.

Definice 4.3 Nechť je funkce f definovaná na nějakém okolí bodu (x_0, y_0) a nechť l je orientovaná přímka jdoucí bodem (x_0, y_0). Nechť (x, y) je libovolný bod přímky l. Symbolem $d((x, y), (x_0, y_0))$ označme *orientovanou vzdálenost bodů* (x, y) a (x_0, y_0), konkrétně

- $d((x, y), (x_0, y_0)) = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}$ ... jdeme-li z bodu (x_0, y_0) do (x, y) *ve* směru orientace přímky l
- $d((x, y), (x_0, y_0)) = -\sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}$ ... jdeme-li z bodu (x_0, y_0) do (x, y) *proti* směru orientace přímky l

Existuje-li limita (kde (x, y) se k (x_0, y_0) blíží pouze po přímce l)

$$\lim_{(x,y)\to(x_0,y_0);(x,y)\in l} \frac{f(x, y) - f(x_0, y_0)}{d((x, y), (x_0, y_0))},$$

pak říkáme, že *funkce f má v bodě* (x_0, y_0) *derivaci ve směru* l a tuto derivaci značíme jako $\frac{\partial f}{\partial l}(x_0, y_0)$.

Věta 4.2 (výpočet derivace ve směru) *Nechť f je definována na nějakém okolí bodu $(x_0, y_0) \in D_f$ a nechť má na tomto okolí spojité parciální derivace prvního řádu. Nechť l je orientovaná přímka jdoucí bodem (x_0, y_0) (v rovině (xy)) a α je úhel, který svírá přímka l s kladným směrem osy x. Potom platí*

$$\frac{\partial f}{\partial l}(x_0, y_0) = \frac{\partial f}{\partial x}(x_0, y_0) \cdot \cos\alpha + \frac{\partial f}{\partial y}(x_0, y_0) \cdot \sin\alpha$$

4.3 Parciální derivace vyšších řádů

Parciální derivace f'_x a f'_y jsou opět funkce dvou proměnných (x a y), takže můžeme dále počítat jejich parciální derivace. Tak dostaneme parciální derivace druhého řádu:

Definice 4.4 Nechť $(x_0, y_0) \in D_{f_x}$. Existuje-li parciální derivace funkce f'_x podle proměnné x v bodě (x_0, y_0), nazáváme tuto derivaci *parciální derivací druhého řádu podle proměnné x v bodě* (x_0, y_0) a značíme ji $f''_{xx}(x_0, y_0)$ nebo $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x_0, y_0)$.
Existuje-li parciální derivace funkce f'_x podle proměnné y v bodě (x_0, y_0), nazýváme tuto derivaci *smíšenou parciální derivací druhého řádu podle proměnných x a y* (v tomto pořadí) *v bodě* (x_0, y_0) a značíme ji $f''_{xy}(x_0, y_0)$ nebo $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x_0, y_0)$.
Obdobně definujeme parciální derivace druhého řádu f''_{yy} a f''_{yx}

Analogicky jako u parciálních derivací prvního řádu zavádíme pojem parciální derivace druhého řádu na množině. To nám pak umožňuje definovat parciální derivace třetího řádu atd.

Funkce dvou proměnných má celkem $4 = 2^2$ parciální derivace druhého řádu, $8 = 2^3$ parciálních derivací třetího řádu, obecně 2^n parciálních derivací n-tého řádu.

Příslušnou derivaci vyššího řádu dostaneme prakticky postupným derivovaním dané funkce podle x nebo y v pořadí, v jakém jsou uvedeny v symbolickém zápisu počítané derivace. V případě smíšených derivací (tj. u derivací, kdy derivujeme podle více proměnných) navíc obecně *záleží* na tom, v jakém pořadí podle jednotlivých proměnných derivujeme, tj. např. derivace f'''_{xxy} a f'''_{xyx} jsou obecně různé.

Věta 4.3 (O záměnnosti smíšených parciálních derivací; Schwarzova) *Nechť má funkce f spojité smíšené parciální derivace druhého řádu f''_{xy} a f''_{yx} v bodě (x_0, y_0). Potom platí*

$$f''_{xy}(x_0, y_0) = f''_{yx}(x_0, y_0).$$

Důsledek 1 Jsou-li funkce f''_{xy} a f''_{yx} spojité, pak jsou si rovny (na průniku svých definičních oborů).

Důsledek 2 Má-li funkce spojité smíšené parciální derivace podle obou (všech) proměnných až do n-tého řádu včetně, záleží při výpočtu derivací řádu menšího nebo rovného n pouze na tom, kolikrát derivujeme podle jednotlivých proměnných a nikoli na tom, v jakém pořadí.

4.4 Derivace složené funkce

Derivace složených funkcí můžeme počítat přímo podle výše uvedených pravidel pro derivování. Pokud však jednu z dílčích funkcí, z nichž je výsledná funkce utvořena neznáme, musíme použít následující větu, tj. derivovat pouze formálně.

Věta 4.4 *Nechť funkce $u = u(x, y)$ a $v = v(x, y)$ mají v bodě (x_0, y_0) parciální derivace prvního řádu. Označme $u_0 = u(x_0, y_0)$ a $v_0 = v(x_0, y_0)$. Nechť má funkce $z = f(u, v)$ diferencovatelná v bodě (u_0, v_0) spojité parciální derivace prvního řádu podle proměnných u a v. Pak složená funkce $F(x, y) = f(u(x, y), v(x, y))$ má v bodě (x_0, y_0) parciální derivace prvního řádu podle proměnných x a y a platí:*

$$\frac{\partial F}{\partial x}(x_0, x_0) = \frac{\partial f}{\partial u}(u_0, v_0) \cdot \frac{\partial u}{\partial x}(x_0, y_0) + \frac{\partial f}{\partial v}(u_0, v_0) \cdot \frac{\partial v}{\partial x}(x_0, y_0)$$
$$\frac{\partial F}{\partial y}(x_0, x_0) = \frac{\partial f}{\partial u}(u_0, v_0) \cdot \frac{\partial u}{\partial y}(x_0, y_0) + \frac{\partial f}{\partial v}(u_0, v_0) \cdot \frac{\partial v}{\partial y}(x_0, y_0)$$

Zkráceně pak lze psát

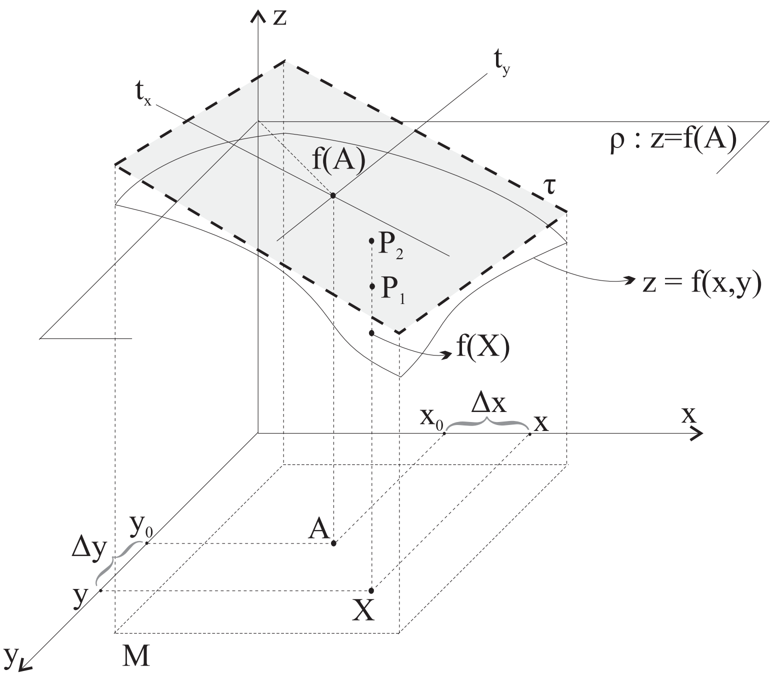
$$F'_x = f'_u \cdot u'_x + f'_v \cdot v'_x \quad \text{a} \quad F'_y = f'_u \cdot u'_y + f'_v \cdot v'_y$$

Parciální derivace vyšších řádů získáme postupným derivováním a využíváním výše uvedeného pravidla.

5 Diferenciál

5.1 (Totální) diferenciál prvního řádu

Stejně jako u funkce jedné proměnné je i u funkcí více proměnných často vhodné nahrazovat přírůstek funkce pomocí diferenciálu, tj. pomocí přírůstku na tečně, resp. na tečné rovině.



Uvažujme funkci dvou proměnných $f(x, y)$ definovanou na oblasti $M \subset \mathrm{D}_f$, která má v bodě $(x_0, y_0) \in M$ spojité první parciální derivace.
Nechť $X = (x, y)$ je libovolný bod z M, který je "blízko" bodu $A = (x_0, y_0)$.
Hodnotu $f(X)$ lze pak přibližně určit, pokud známe hodnoty $f(A)$, $f'_x(A)$ a $f'_y(A)$.
Hodnoty $f'_x(A)$ a $f'_y(A)$ jsou směrnice tečen ve směru souřadnicových os a těmito tečnami je jednoznačně určena tečná rovina τ v bodě A.
Bod $P_1(X, z)$ leží v tečné rovině τ, bod $P_2(X, f(A))$ leží v rovině $\rho : z = f(A)$.

Přibližnou hodnotu $f(X)$ pak dostaneme ve tvaru

$$f(X) \approx f(A) + f'_x(A) \cdot (x - x_0) + f'_y(A) \cdot (y - y_0) \quad (:= F)$$

Hodnotu $f(X)$ tak nahradíme třetí souřadnicí bodu P_1, který leží v tečné rovině. Rozdíl mezi touto přibližnou hodnotou F a funkční hodnotou $f(A)$ (tj. na obrázku vzdálenost bodů P_1 a P_2) nazýváme *diferenciálem funkce* $f(x, y)$ *v bodě* $A = (x_0, y_0)$ *pro bod* $X = (x, y)$ a označíme ho $\mathrm{d}f(A, X)$.

Definice 5.1 Nechť je funkce f definovaná na nějakém okolí bodu $(x_0, y_0) \in D_f$. Existují-li reálné konstanty a, b takové, že

$$\lim_{(dx,dy)\to(0,0)} \frac{f(x_0 + dx, y_0 + dy) - f(x_0, y_0) - (a \cdot dx + b \cdot dy)}{\sqrt{dx^2 + dy^2}} = 0,$$

říkáme, že funkce f je v bodě (x_0, y_0) *diferencovatelná*. Lineární funkce $a \cdot dy + b \cdot dy$ dvou proměnných dx a dy se nazývá (*totální*) *diferenciál funkce* f *v bodě* (x_0, y_0) a značí se $df(x_0, y_0)$.

Věta 5.1 *Je-li funkce f diferencovatelná v bodě (x_0, y_0), pak je v tomto bodě spojitá.*

Věta 5.2 *Je-li funkce f diferencovatelná v bodě (x_0, y_0), pak má v tomto bodě parciální derivace prvního řádu a platí $a = f'_x(x_0, y_0)$ a $b = f'_y(x_0, y_0)$, tj.*

$$df(x_0, y_0) = f'_x(x_0, y_0) \cdot dx + f'_y(x_0, y_0) \cdot dy.$$

Poznámka: Je-li funkce diferencovatelná v každém bodě množiny $M \subset D_f$, má v každém bodě této množiny diferenciál, který je funkcí čtyř proměnných : x, y, dx a dy.

Věta 5.3 *Má-li funkce f v bodě (x_0, y_0) spojité parciální derivace f'_x a f'_y, pak je v tomto bodě diferencovatelná.*

Věta 5.4 *Tečná rovina τ plochy $z = f(x, y)$ v bodě $T = (x_0, y_0, f(x_0, y_0))$, která není rovnoběžná s osou z existuje právě tehdy, když je funkce f diferencovatelná v bodě (x_0, y_0). Rovnice tečné roviny v bodě T je pak dána vztahem*

$$\tau \,:\, z(x, y) = f(x_0, y_0) + f'_x(x_0, y_0) \cdot (x - x_0) + f'_y(x_0, y_0) \cdot (y - y_0).$$

Diferenciál funkce se používá mj. k přibližným výpočtů hodnot funkce dvou proměnných, kdy skutečný přírůstek funkce je nahrazen přibližným přírůstkem, tj. diferenciálem (přírůstkem na tečné rovině):

$$\underbrace{f(x_0 + dx, y_0 + dy)}_{\text{skutečná hodnota}} \approx \underbrace{f(x_0, y_0) + \underbrace{f'_x(x_0, y_0) \cdot dx + f'_y(x_0, y_0) \cdot dy}_{df(x_0,y_0)\ \text{(přibližný přírůstek)}}}_{\text{přibližná hodnota}}$$

5.2 Taylorův vzorec

Stejně jako u funkcí jedné proměnné nám často ani u funkcí dvou proměnných nestačí její nahrazení funkcí lineární, tj. tečnou, resp. tečnou rovinou. Hledáme proto funkci složitější (polynom stupně $n > 1$), který má s funkcí f v daném bodě stejnou funkční hodnotu a také hodnoty všech parciálních derivací až do řádu n včetně.

Pro snadnější zápis Taylorova polynomu zavedeme *totální diferenciály vyšších řádů.*

5.2.1 Diferenciály vyšších řádů

Má-li funkce f definovány druhé parciální derivace na nějakém okolí bodu (x_0, y_0) a jsou-li tyto parciální derivace v bodě (x_0, y_0) spojité, lze uvažovat *totální diferenciál druhého řádu $d(df) = d^2 f$ v bodě* (x_0, y_0), kde

$$d^2 f(x_0, y_0) = d\left(f'_x(x_0, y_0) \cdot dx + f'_y(x_0, y_0) \cdot dy\right) =$$
$$= f''_{xx}(x_0, y_0) \cdot dx^2 + f''_{xy}(x_0, y_0) \cdot dx \cdot dy + f''_{yx}(x_0, y_0) \cdot dy \cdot dx + f''_{yy}(x_0, y_0) \cdot dy^2.$$

Jsou-li navíc smíšené parciální derivace spojité na nějakém okolí bodu (x_0, y_0), potom lze psát

$$d^2 f(x_0, y_0) = f''_{xx}(x_0, y_0) \cdot dx^2 + 2 f''_{xy}(x_0, y_0)\ cdot dx \cdot dy + f''_{yy}(x_0, y_0) \cdot dy^2.$$

Existují-li parciální derivace n-tého řádu funkce f a jsou-li spojité na nějakém okolí bodu (x_0, y_0), potom existuje *totální diferenciál n-tého řádu* v bodě (x_0, y_0), který lze symbolicky zapsat ve tvaru

$$d^n f(x_0, y_0) = \left(\frac{\partial f}{\partial x}(x_0, y_0) \cdot dx + \frac{\partial f}{\partial y}(x_0, y_0) \cdot dy\right)^n$$

přičemž provedeme-li umocnění podle binomické věty, mocniny u parciálních derivací považujeme za jejich řád, tj. například

$$d^3 f(x_0, y_0) = \left(\frac{\partial f}{\partial x}(x_0, y_0) \cdot dx + \frac{\partial f}{\partial y}(x_0, y_0) \cdot dy\right)^3 =$$

$$\frac{\partial^3 f}{\partial x^3}(x_0, y_0) dx^3 + 3 \frac{\partial^3 f}{\partial x^2 \partial y}(x_0, y_0) dx^2 dy + 3 \frac{\partial^3 f}{\partial x \partial y^2}(x_0, y_0) dx\, dy^2 + \frac{\partial^3 f}{\partial y^3}(x_0, y_0) dy^3$$

5.2.2 Taylorova věta

Věta 5.5 (Taylorova věta) *Nechť má funkce f na nějakém okolí bodu (x_0, y_0) spojité parciální derivace až do řádu $n+1$ včetně. Pak pro každý bod $(x, y) = (x_0 + h, y_0 + k)$ z tohoto okolí (kde h a k jsou reálná čísla) platí Taylorův vzorec*

$$f(x, y) = T_n(x, y) + R_n(x, y)$$

kde

$$T_n(x,y) = f(x_0,y_0) + \big(f'_x(x_0,y_0)h + f'_y(x_0,y_0)k\big) + \frac{1}{2!}\big(f''_{xx}(x_0,y_0)h^2 + 2f''_{xy}(x_0,y_0)hk + f''_{yy}(x_0,y_0)k^2\big) +$$

$$+ \cdots + \frac{1}{n!}\left(\frac{\partial^n f}{dx^n}(x_0,y_0)h^n + \binom{n}{1}\frac{\partial^n f}{dx^{n-1}dy}(x_0,y_0)h^{n-1}k + \cdots + \frac{\partial^n f}{dy^n}(x_0,y_0)k^n\right)$$

je Taylorův polynom a R_n zbytek v Taylorově vzorci.

Označíme-li $h = dx$ a $k = dy$, lze Taylorův vzorec psát ve tvaru

$$f(x_0+dx, y_0+dy) = f(x_0,y_0) + df(x_0,y_0) + \frac{1}{2!}d^2 f(x_0,y_0) + \cdots + \frac{1}{n!}d^n f(x_0,y_0) + R_n(x_0+dx, y_0+dy)$$

nebo také jako

$$\underbrace{f(x_0+dx, y_0+dy)}_{\text{skutečná hodnota}} \approx \underbrace{f(x_0,y_0) + \underbrace{df(x_0,y_0) + \frac{1}{2!}d^2 f(x_0,y_0) + \cdots + \frac{1}{n!}d^n f(x_0,y_0)}_{\text{přibližný přírůstek}}}_{\text{přibližná hodnota}}$$

To znamená, že pomocí příslušného Taylorova polynomu můžeme opět počítat přibližnou hodnotu zadané funkce.